

**Miejsce
na naklejkę**

MMA-R1 1P-091

**PRÓBNY EGZAMIN
MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

**STYCZEŃ
ROK 2009**

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

**Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

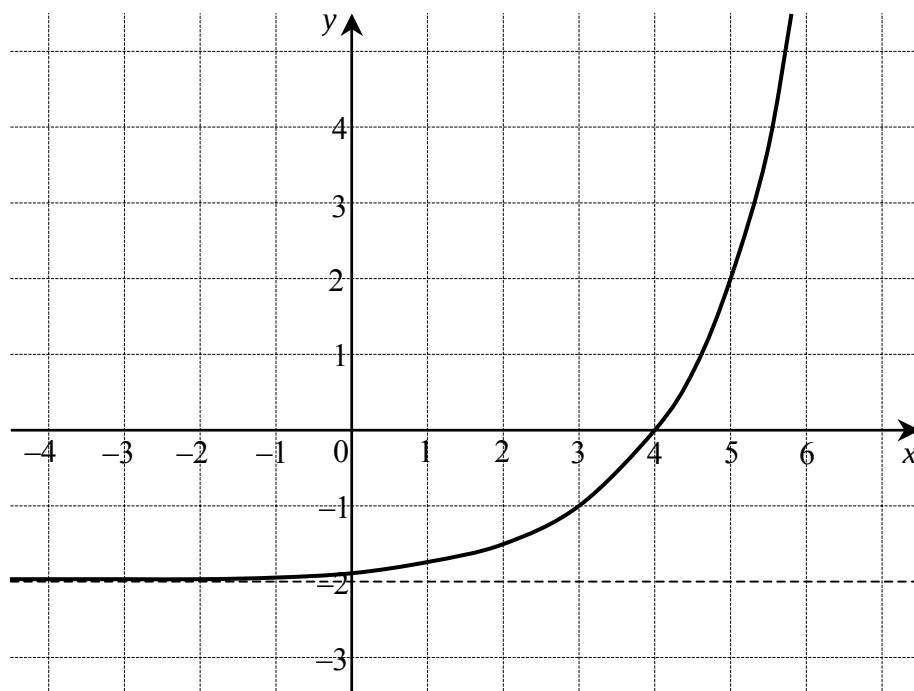
--	--	--

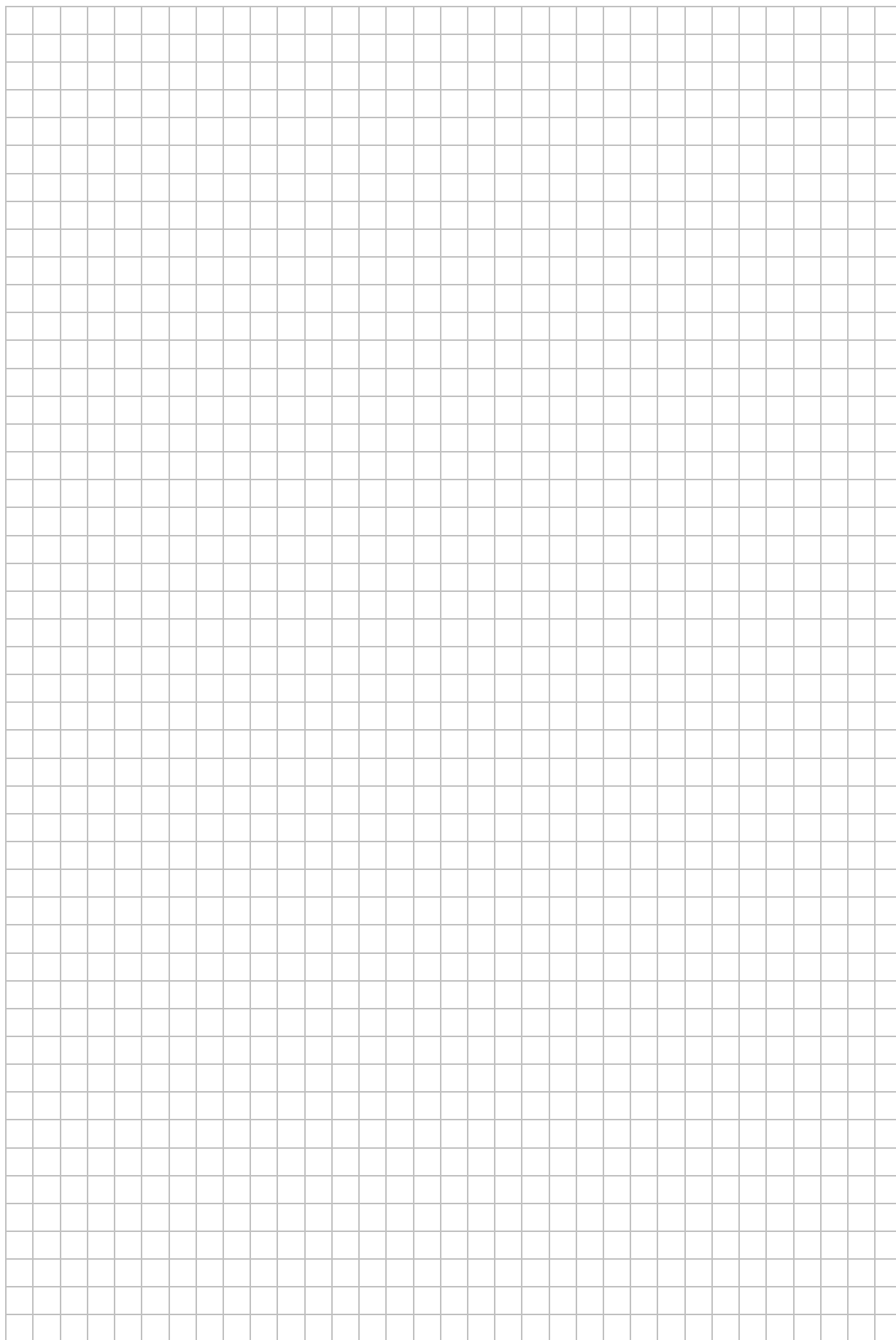
**KOD
ZDAJĄCEGO**

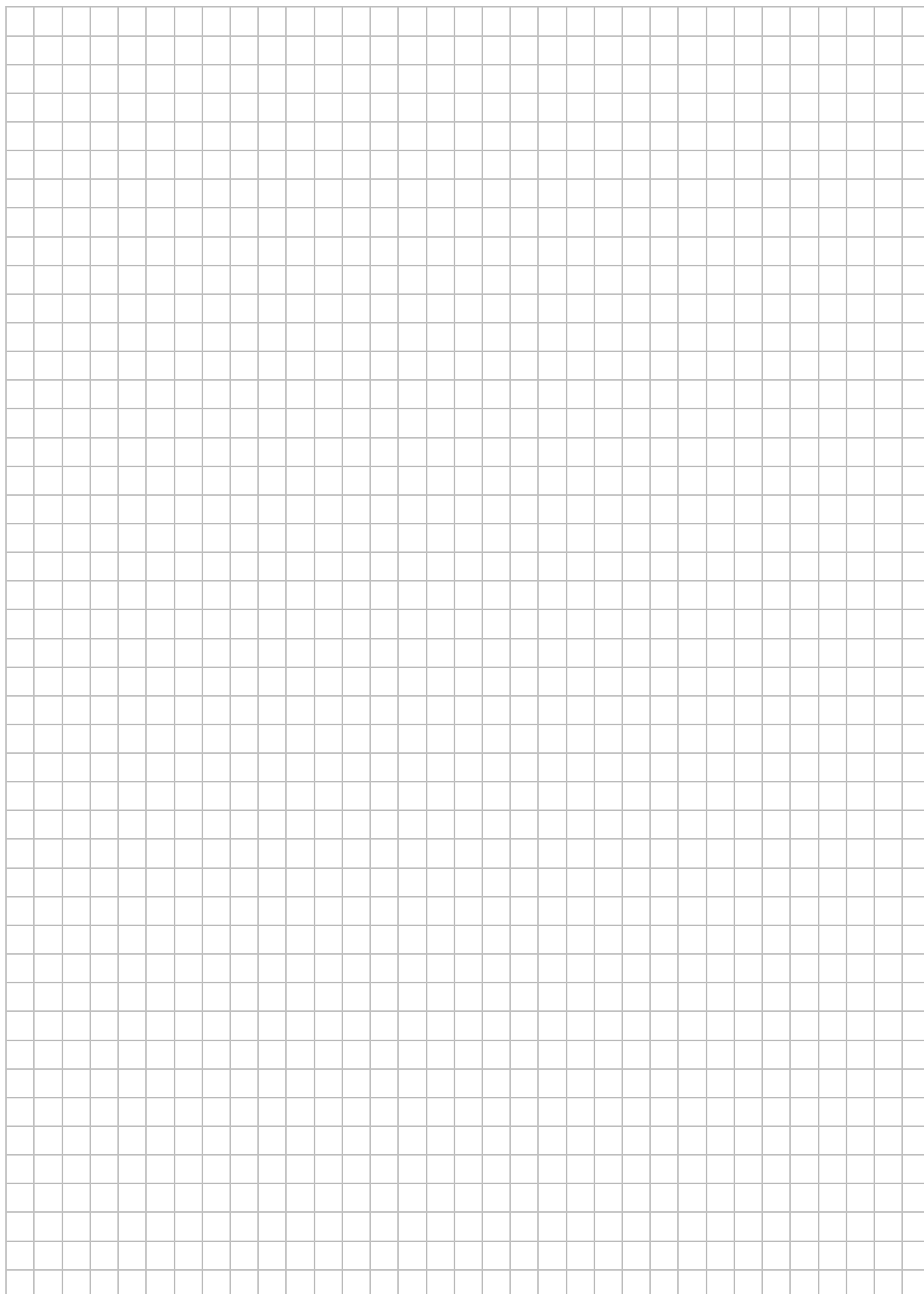
Zadanie 1. (3 pkt)

Na rysunku narysowano fragment wykresu funkcji $f(x) = 2^{x-3} - b$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$.

- Podaj wartość b .
- Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = |f(x)|$.
- Podaj wszystkie wartości parametru p , dla których równanie $g(x) = p$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.

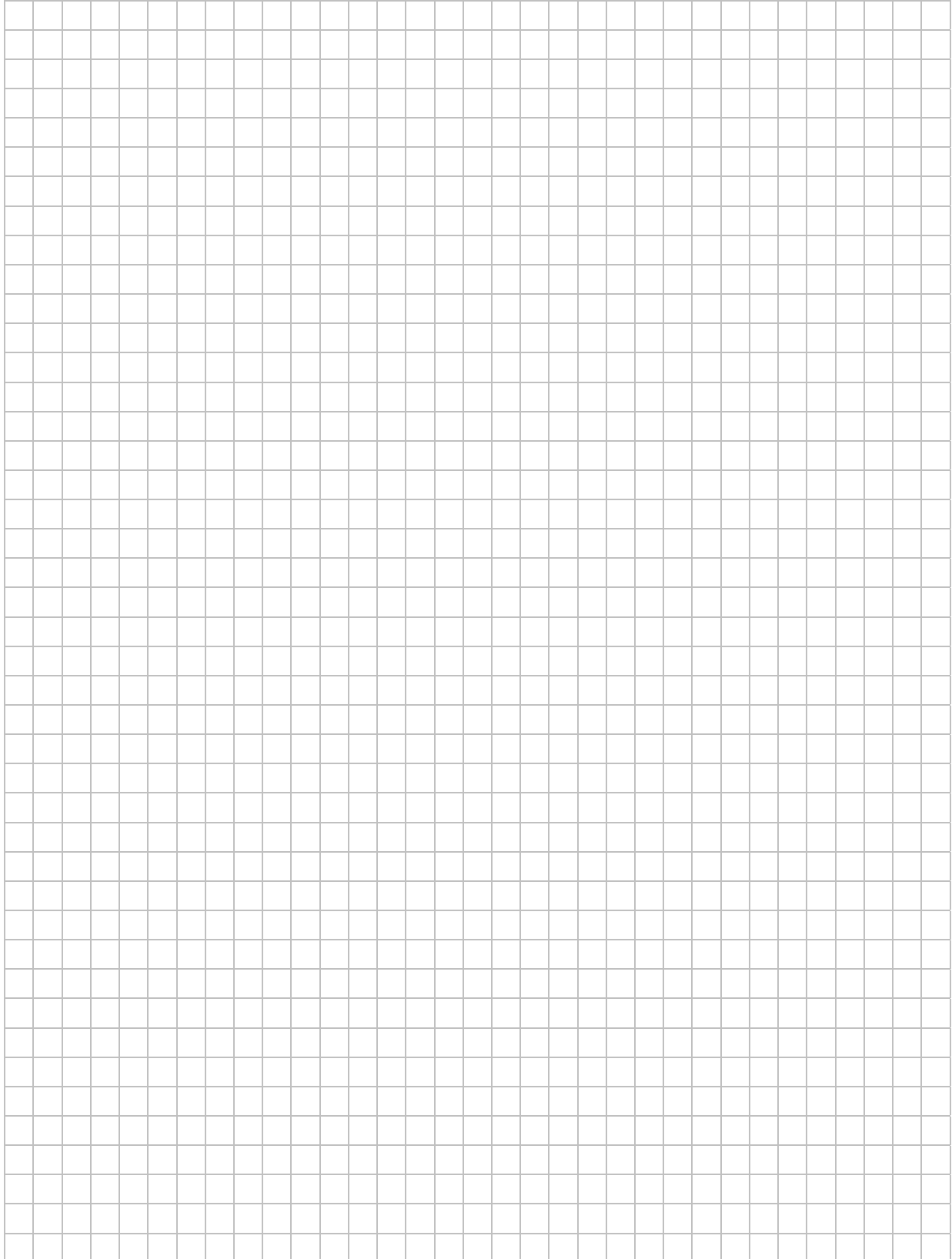




Zadanie 2. (4 pkt)Rozwiąż nierówność $|x + 3| + |3x + 9| < |x + 5|$.

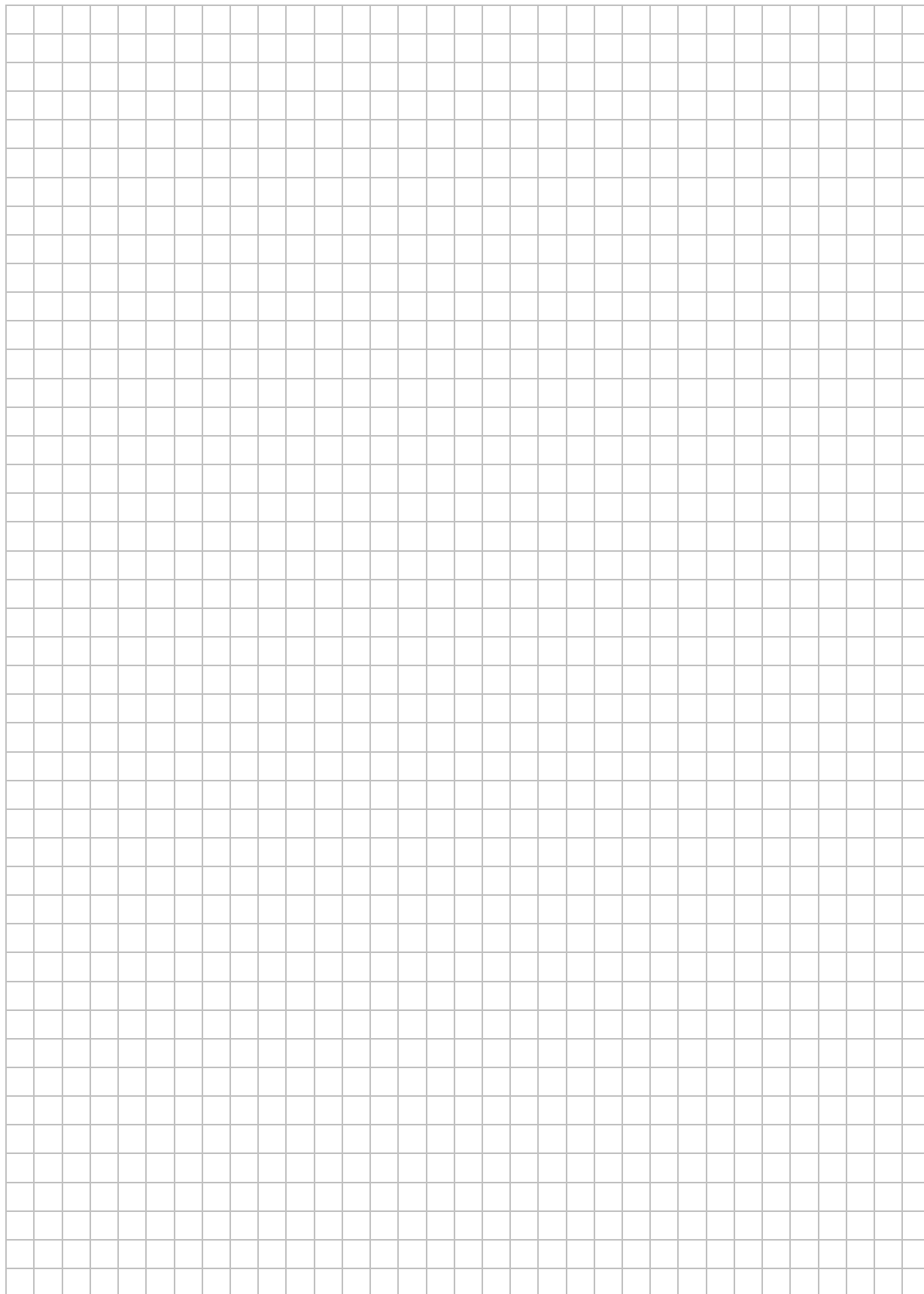
Zadanie 3. (5 pkt)

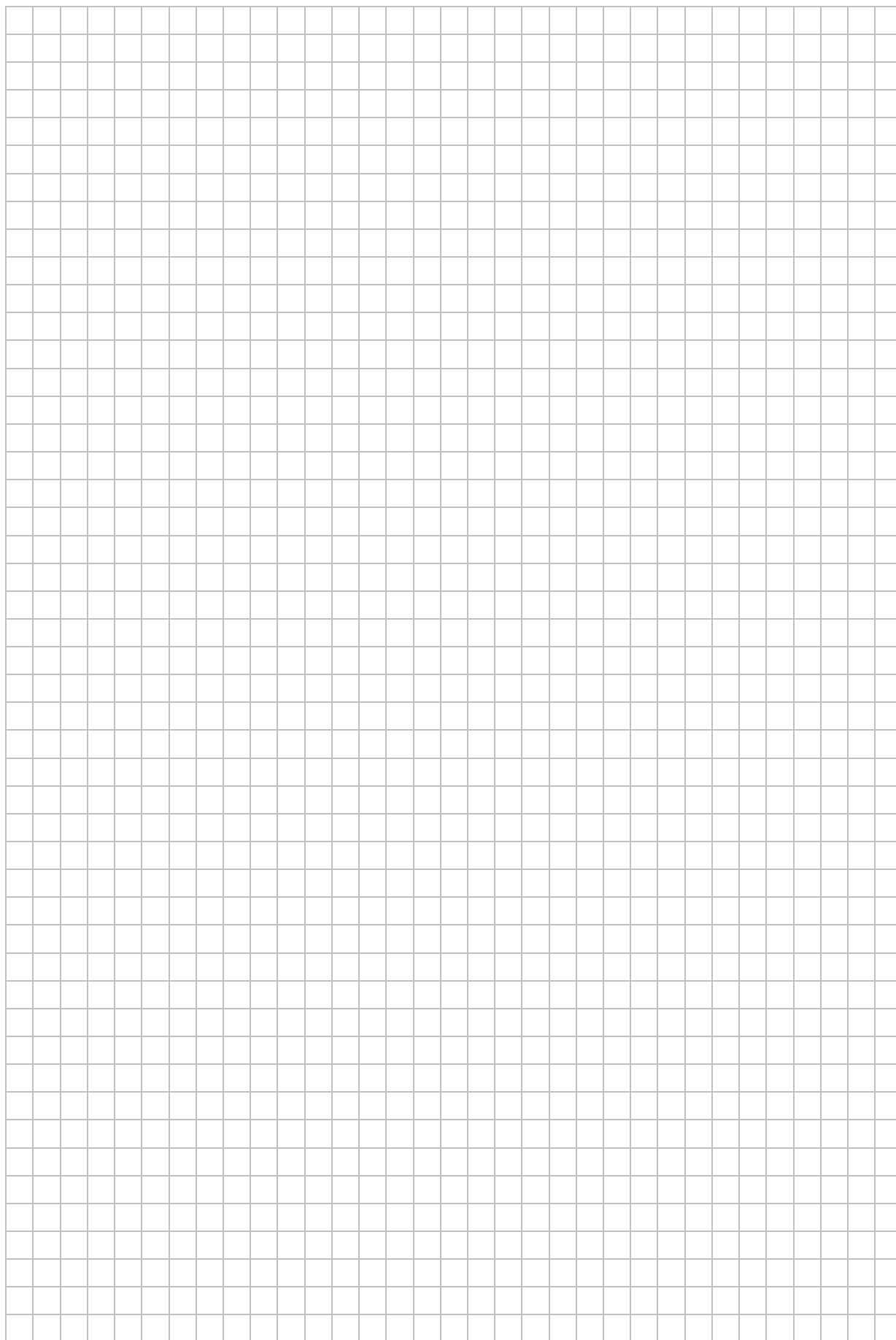
Jeden z końców odcinka leży na paraboli o równaniu $y = x^2$, a drugi na prostej o równaniu $y = 2x - 6$. Wykaż, że długość tego odcinka jest nie mniejsza od $\sqrt{5}$. Sporządź odpowiedni rysunek.



Zadanie 4. (4 pkt)

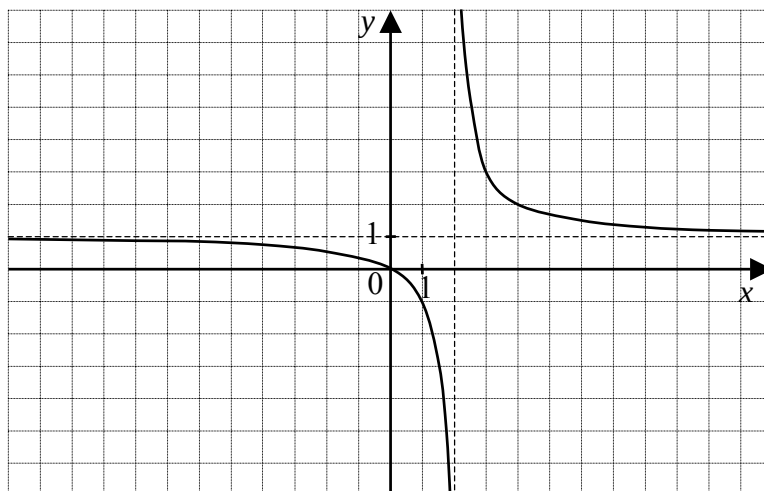
Oblicz prawdopodobieństwo $P(A' \cap B')$, jeśli $P(A') = \frac{1}{3}$, $P(B') = \frac{1}{4}$ i $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$.





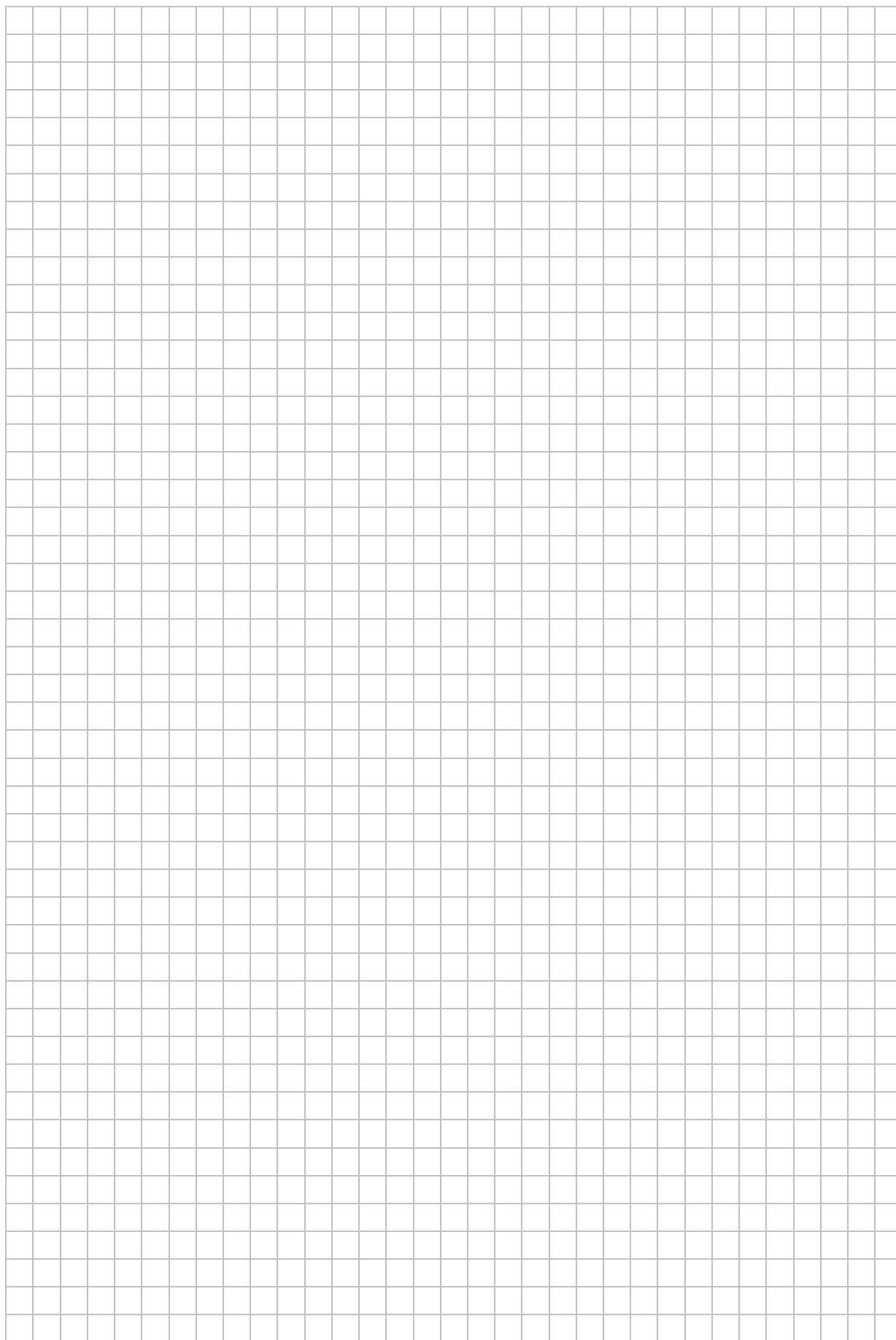
Zadanie 5. (3 pkt)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji h otrzymanego przez przesunięcie o wektor $[2, 1]$ wykresu funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x}$ dla $x \in \mathbb{R}$ i $x \neq 0$.



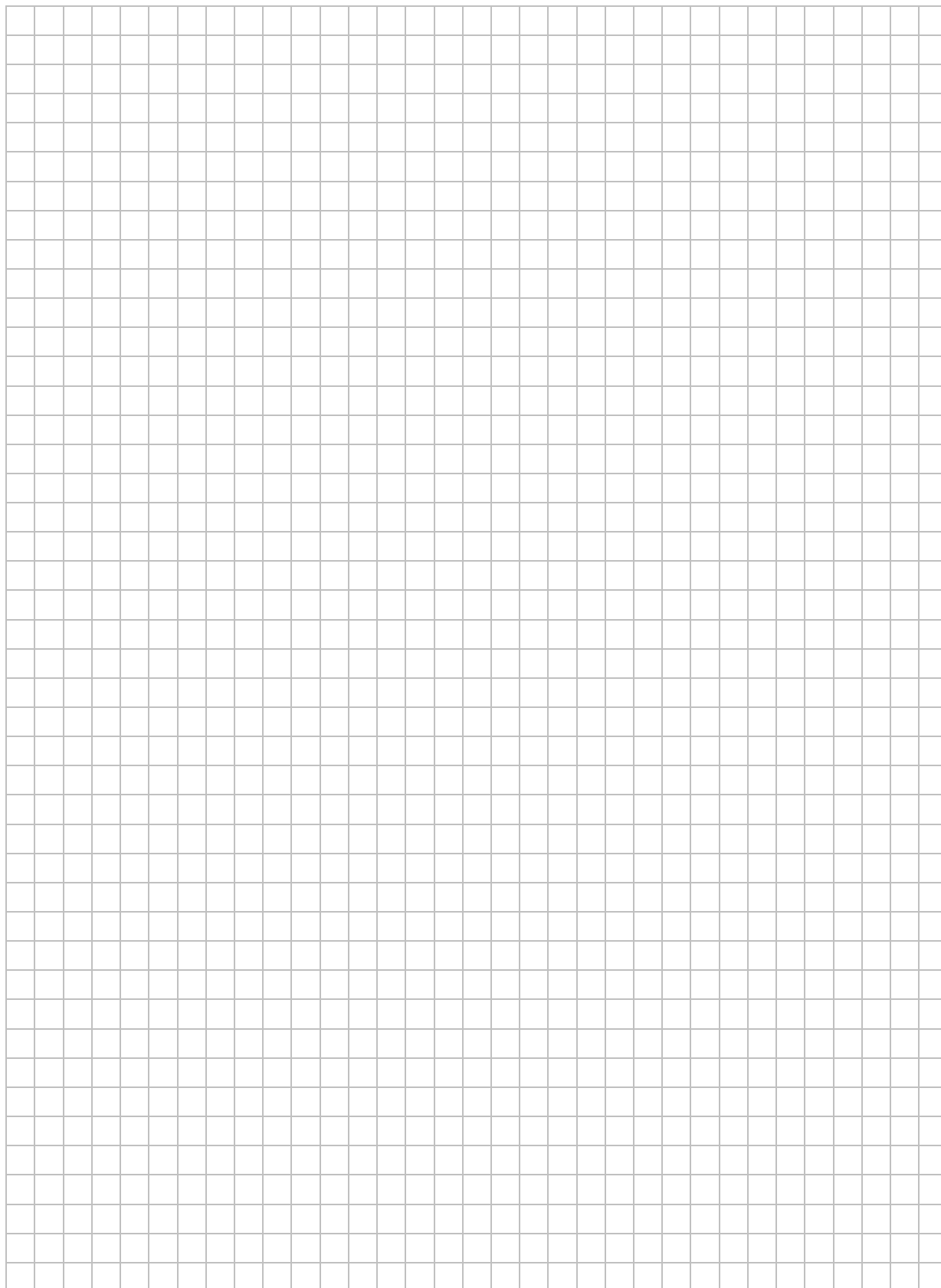
Wyznacz wzór funkcji h , a następnie sprawdź, czy punkt $M = (\sqrt{3}, -2\sqrt{3} - 3)$ należy do jej wykresu.





Zadanie 6. (4 pkt)

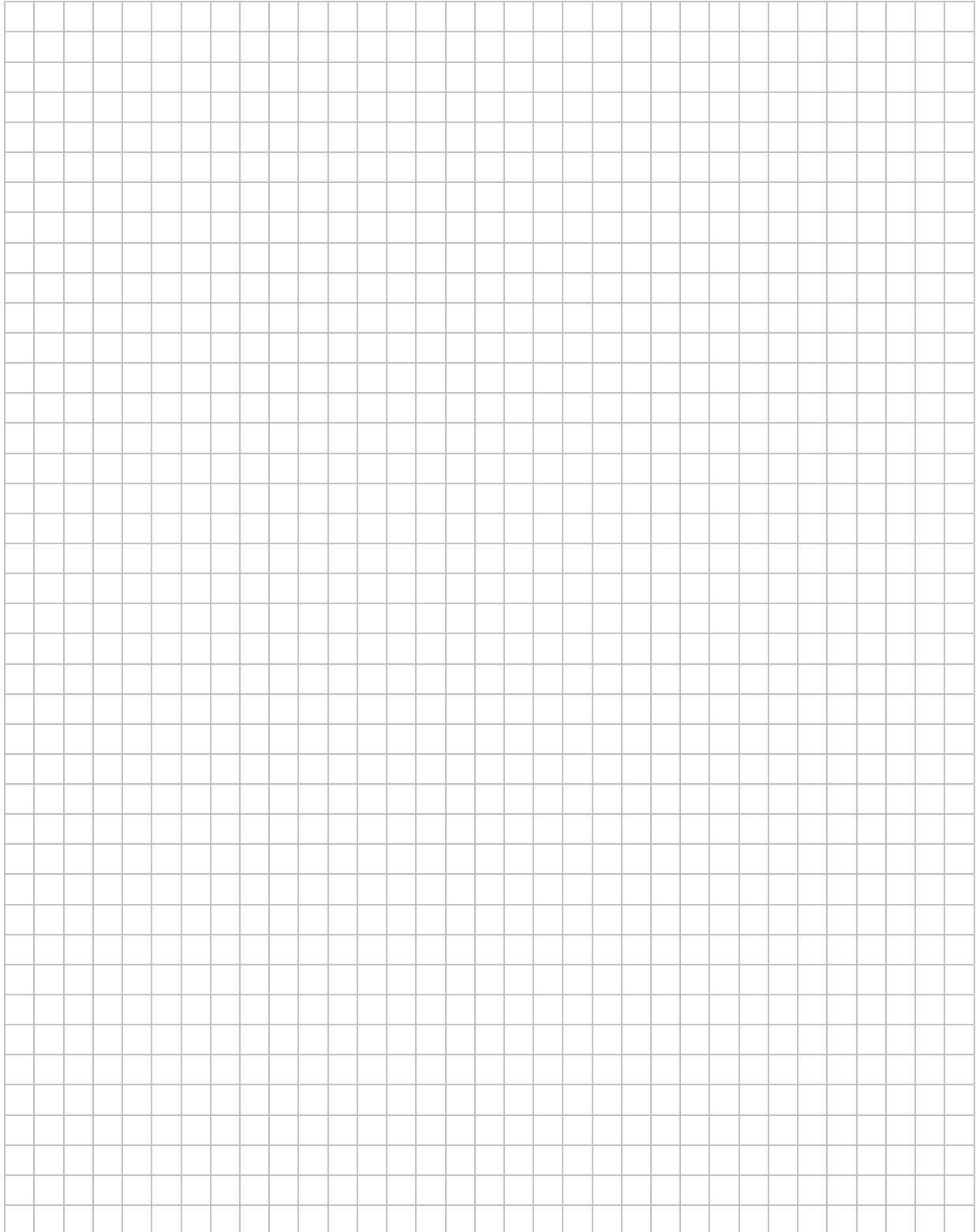
Porównaj liczby a^b oraz b^a , gdzie $a = \left[(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \right]^2$, $b = \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}}$.



Zadanie 7. (6 pkt)

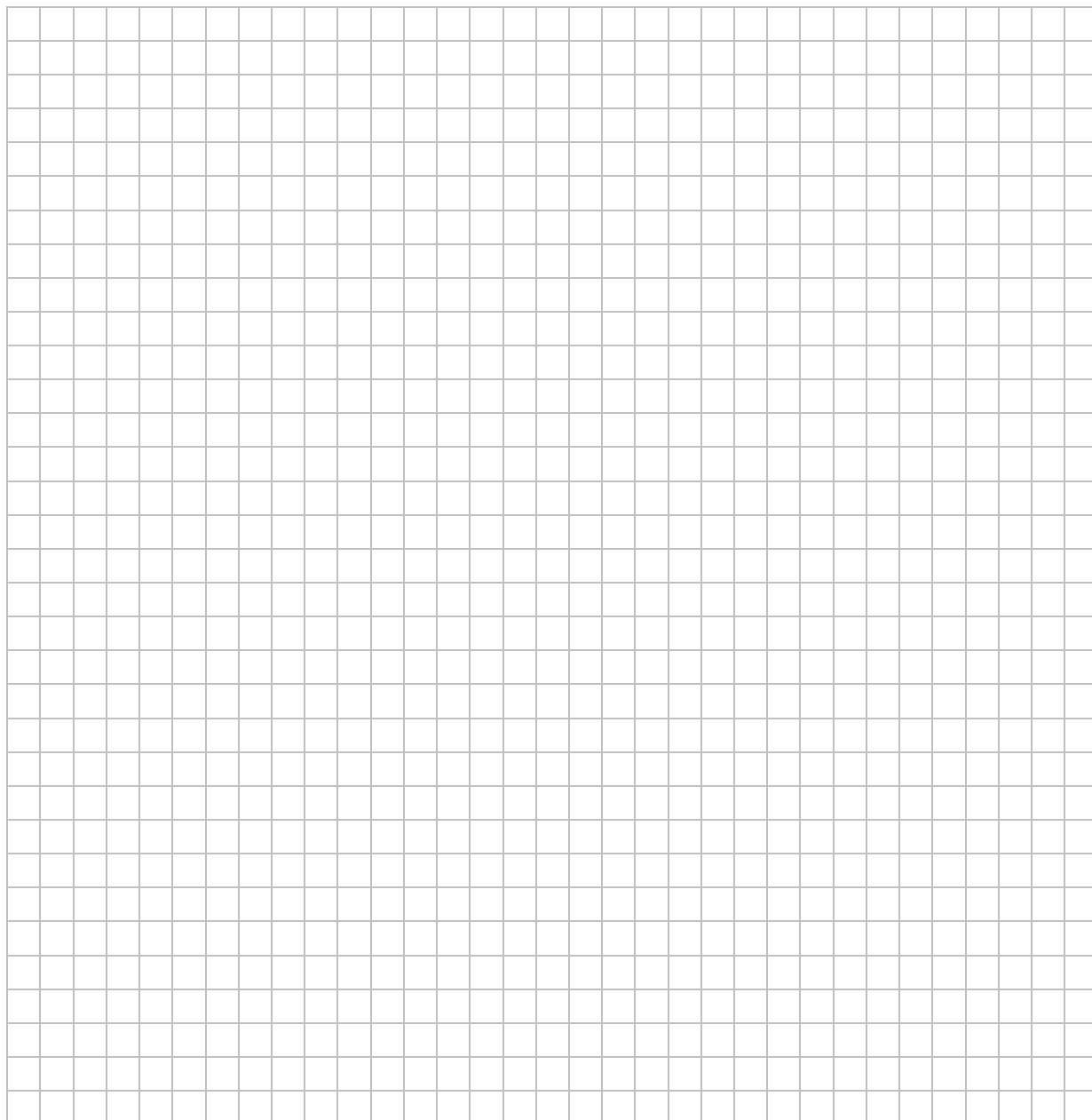
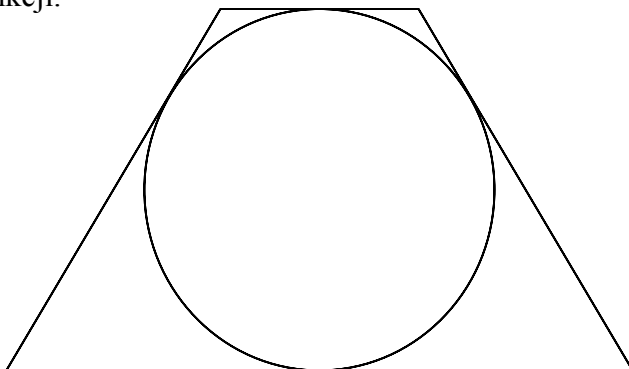
Dane jest równanie $(x+3) \cdot [x^2 + (p+4)x + (p+1)^2] = 0$ z niewiadomą x .

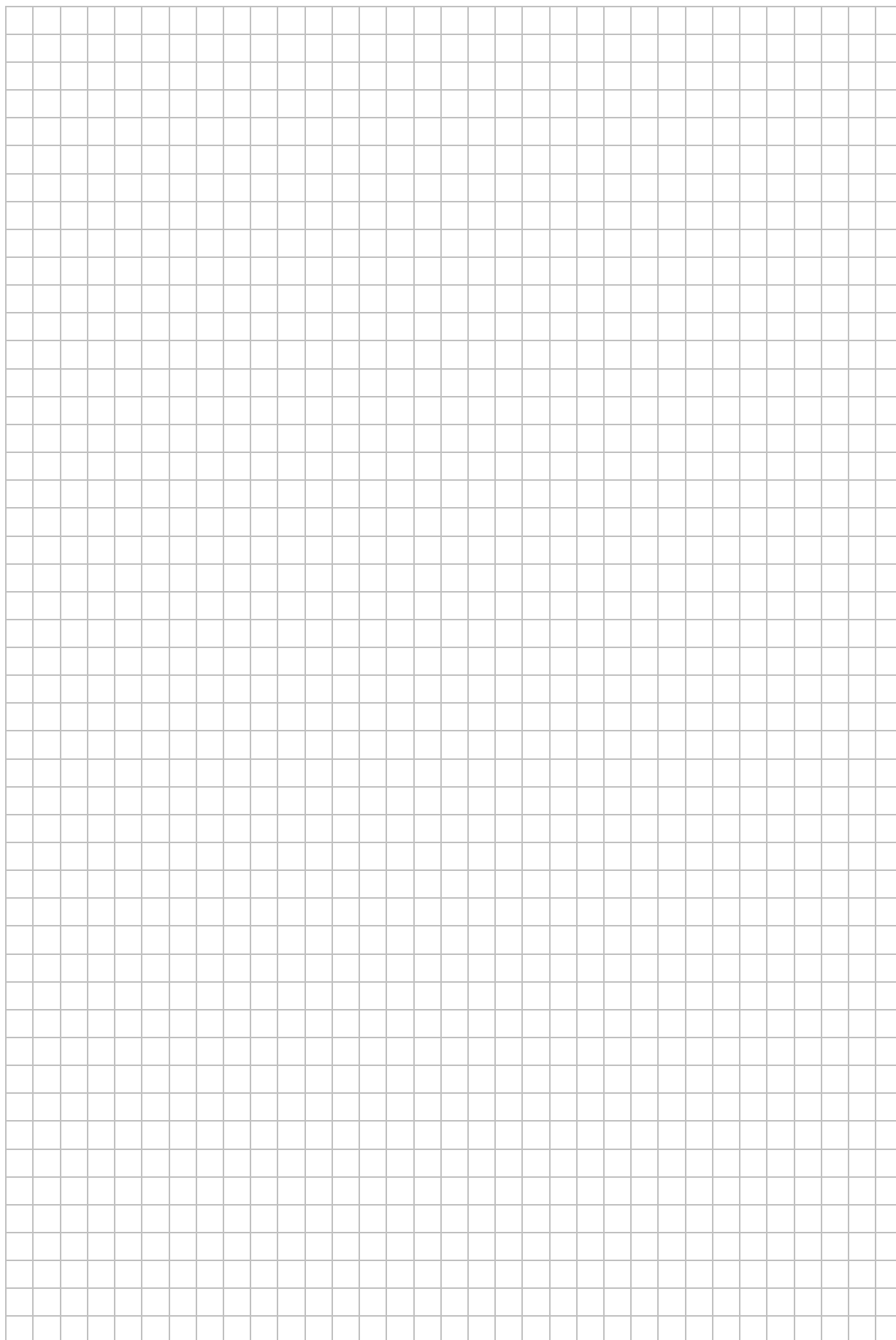
- Rozwiąż to równanie dla $p = 1$.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru p , dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.



Zadanie 8. (6 pkt)

Trapez równoramienny jest opisany na okręgu. Suma długości krótszej podstawy i ramienia trapezu jest równa 30. Wyraż pole tego trapezu jako funkcję długości jego ramienia. Wyznacz dziedzinę tej funkcji.

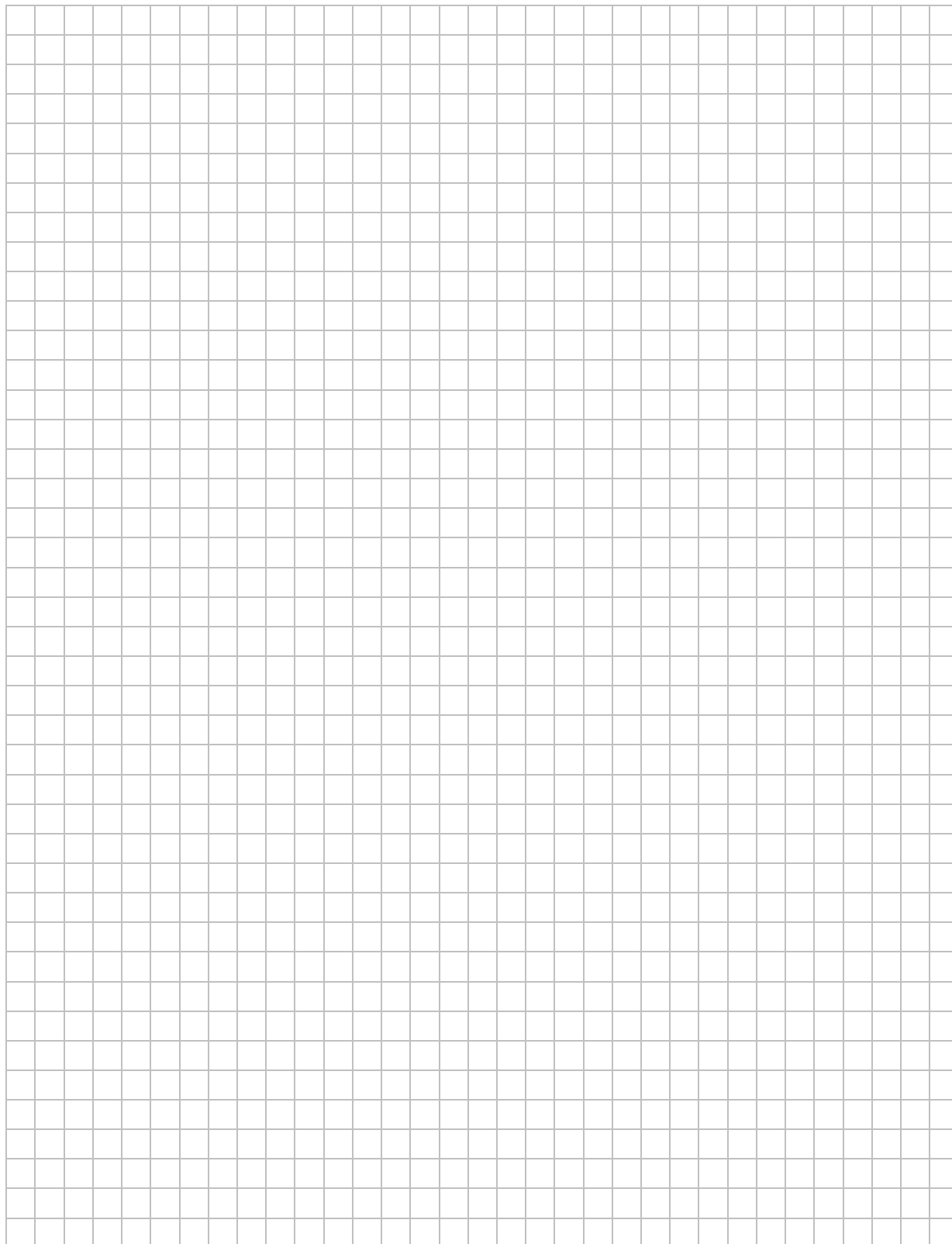




Zadanie 9. (7 pkt)

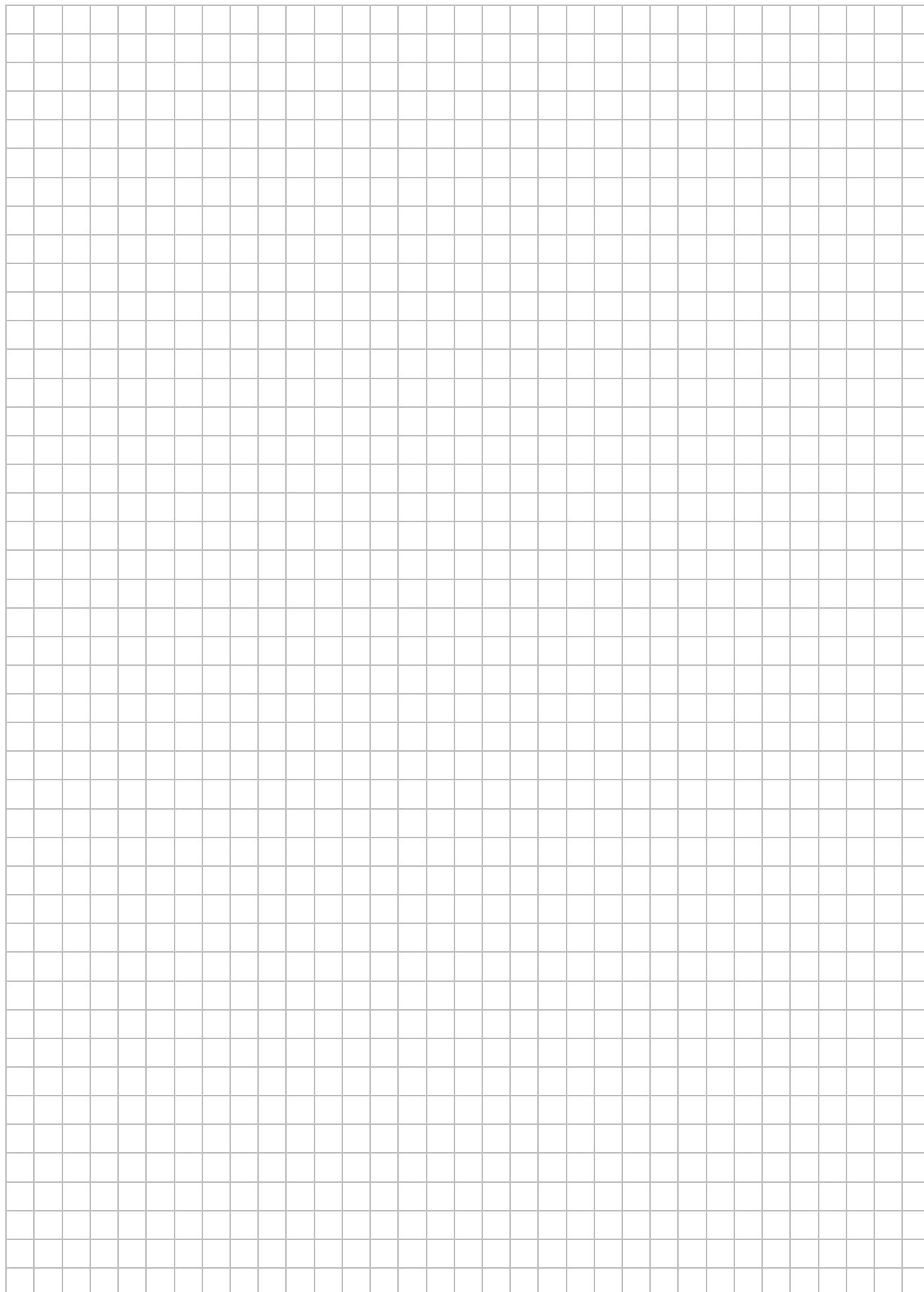
Środek okręgu przechodzącego przez punkty $A = (1, 4)$ i $B = (-6, 3)$ leży na osi Ox .

- a) Wyznacz równanie tego okręgu.
- b) Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej AB i oddalonej od początku układu współrzędnych o $\sqrt{2}$.



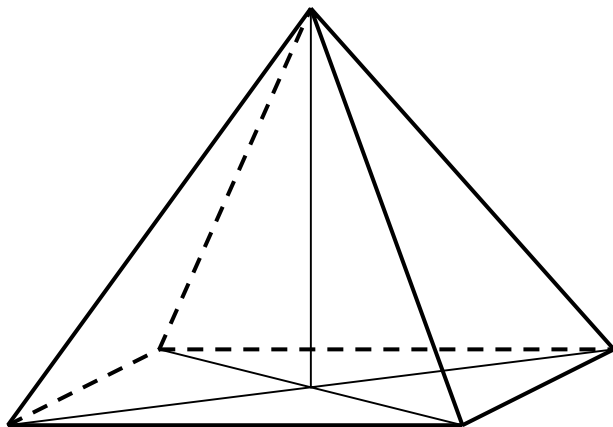
Zadanie 10. (4 pkt)

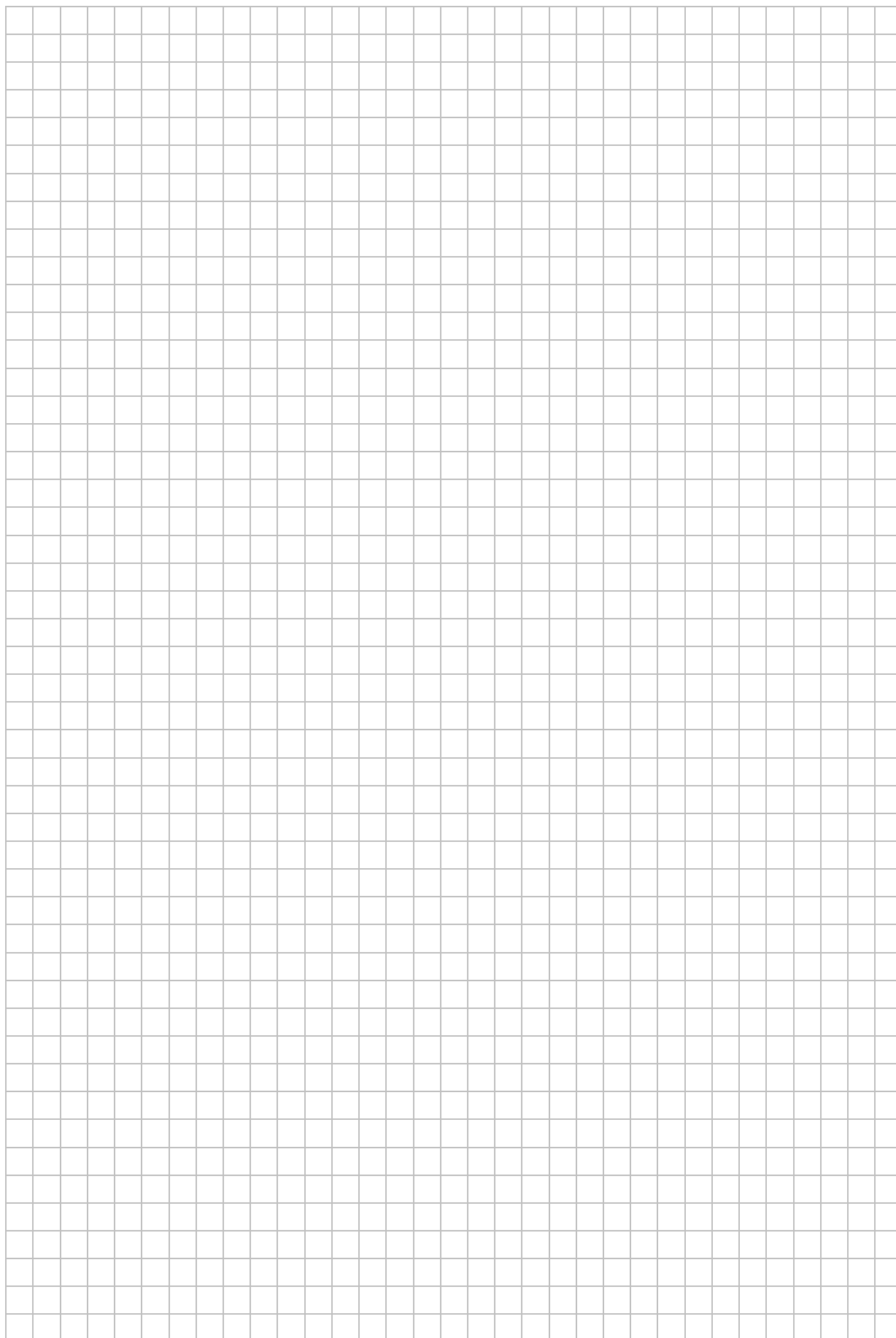
Sinusy kątów ostrych trójkąta prostokątnego oraz liczba 1 tworzą ciąg geometryczny. Oblicz sinus najmniejszego kąta tego trójkąta.



Zadanie 11. (4 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym wszystkie krawędzie mają równą długość. Zaznacz na rysunku kąt utworzony przez dwie sąsiednie ściany boczne tego ostrosłupa i oblicz kosinus tego kąta.





BRUDNOPIS